Interrogation rapide n° 7

1 heure

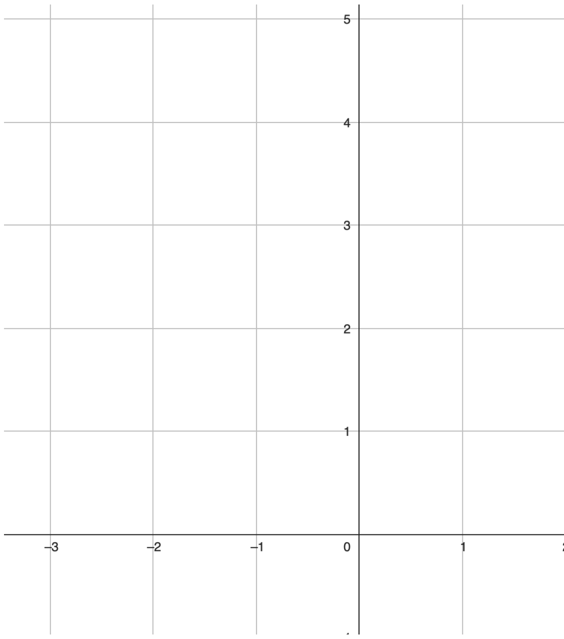
	Cours	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	BONUS
Total	4	3	5	8	2

I Questions de cours

1. Citer le théorème sur l'exponentielle et les opérations.
2. Compléter :

   Tableau de variation et courbe représentative de la fonction exponentielle :

x	
$\exp'(x)$	
$\exp(x)$	



3. Citer puis démontrer le corollaire donnant le signe de l'exponentielle.

II Exercice

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Les questions sont indépendantes.
Pour chacune des trois questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Entourer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$

   Pour tout réel x, $f(x)$ est égal à :

   a. $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{-x}$ **b.** $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$ **c.** $f(x) = -x\mathrm{e}^{-x}$ **d.** $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x}$.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2x-5)\mathrm{e}^x$. On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.

   Alors pour tout réel x, $g'(x)$ est égal à :

   a. $(2x-3)\mathrm{e}^x$ **b.** $(-2x+7)\mathrm{e}^x$ **c.** $2\mathrm{e}^x$ **d.** $-5\mathrm{e}^x$.

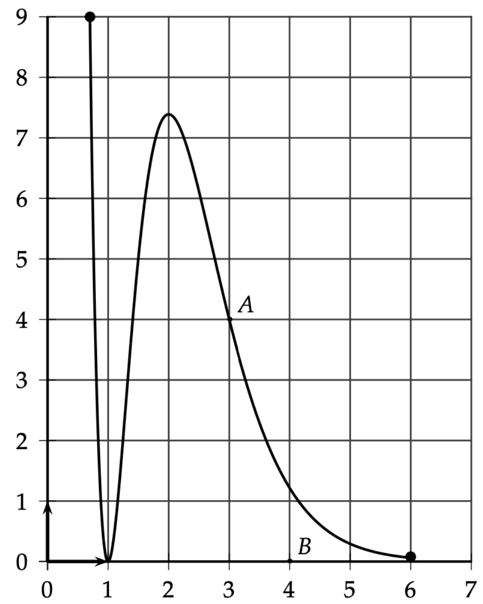
3. Le nombre $\dfrac{\mathrm{e}^3 \times \mathrm{e}^{-5}}{\mathrm{e}^2}$ est égal à :

   a. -1 **b.** $\mathrm{e}^{-\frac{15}{2}}$ **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^4}$ **d.** $\dfrac{3\mathrm{e}^{-5}}{2}$.

Exercice 2

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0,7\ ;\ 6]$. On suppose que f est dérivable sur cet intervalle.

On a représenté la fonction f sur le graphique ci-dessous.



1. La tangente au point d'abscisse 3 à la courbe représentative de f passe par les points $A(3;4)$ et $B(4;0)$. Déterminer $f'(3)$.

2. D'après le graphique ci-dessus, donner, sans justifier, le tableau de signe de f' sur $[0,7\ ;\ 6]$.

3. On admet que la fonction f est définie par :

$$f(x) = \left(x^2 - 2x + 1\right) \mathrm{e}^{-2x+6}$$

   (a) Montrer que pour tout x de $[0,7\ ;\ 6]$ on a $f'(x) = \left(-2x^2 + 6x - 4\right) \mathrm{e}^{-2x+6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

   (b) Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7\ ;\ 6]$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7\ ;\ 6]$.
   On ne demande pas de calculer les ordonnées. Le signe de la fonction dérivée sera à justifier par un calcul.

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{\mathrm{e}^{2x^2}}{\mathrm{e}^{x+1}} = \mathrm{e}^{2-2x} \times \mathrm{e}^{2x}$.
2. Dans chacun des cas suivants, calculer la dérivée de la fonction donnée définie pour tout réel x par :
   (a) $f(x) = 2x - 1 + \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}$
   (b) $g(x) = -3\mathrm{e}^{1-5x}$
   (c) $h(x) = 2x\mathrm{e}^{-x+3}$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\mathrm{e}^{3x-2} \times \mathrm{e}^{1-5x} \leqslant 1$.

BONUS

Soit la suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n, $u_n = e^{2n+3}$.

1. Montrer que (u_n) est une suite géométrique.
2. En déduire la valeur de $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.